

Fragen zu Topologie

Philip Herrmann und Florian Strunk

Zusammenfassung

Dies sind ein paar Fragen, die man sich im Laufe der Veranstaltung 'Topologie II' fragen könnte und die vielleicht nützlich sind, um sich auf eine Prüfung vorzubereiten.

1 Allgemeine Topologische Fragen

1. Was ist Folgen-Stetigkeit und was hat sie mit Stetigkeit zuntun?
2. Was ist eine Basis bzw. Subbasis einer Topologie?
3. Was ist eine von einer Metrik erzeugte Topologie? Wie sieht die kanonische Topologie auf \mathbb{R}^n aus?
4. Was ist Metrisierbarkeit und wann ist ein topologischer Raum metrisierbar?
5. Was ist die Produkttopologie und was hat sie mit der Kästchentopologie zutun?
6. Sind die Projektionen aus dem Produkt stets offen bzw. abgeschlossen?
7. Was ist die Produktmetrik und was hat sie mit der Produkttopologie zutun?
8. Was ist der Satz von Tychonoff und wie beweist man seine Aussage im 'endlichen' Fall?
9. Was ist die Unterraumstopologie?
10. Ist die Inklusion $i : A \hookrightarrow X$ offen bzw. abgeschlossen genau dann, wenn $i(A)$ in X offen bzw. abgeschlossen ist?
11. Was ist die Quotiententopologie?
12. Gibt es eine nicht offene Quotientenraumprojektion? Gibt es eine nicht abgeschlossene Quotientenraumprojektion?
13. Was hat bei einer Quotientenraumprojektion $p : X \rightarrow X/i(A)$ wobei $i : A \hookrightarrow X$ Offenheit und Abgeschlossenheit mit Offenheit und Abgeschlossenheit von i zutun?
14. Was ist der Kollaps $X/i(A)$ eines Unterraums $i : A \hookrightarrow X$? Wann ist $X/i(A)$ quasikompakt? Wann ist $X/i(A)$ Hausdorff?
15. Was ist eine Verklebung?

2 Fragen zu algebraischer Topologie

1. Was ist die Fundamentalgruppe eines punktierten topologischen Raumes? Was sind die Homotopiegruppen?
2. Inwiefern spielt der Basispunkt eine Rolle?
3. Was ist die singuläre Homologie eines topologischen Raumes?

4. Was bedeutet es, dass zwei Abbildungen homotop sind?
5. Was ist Homotopieäquivalenz? Was ist schwache Homotopieäquivalenz?
6. Es gilt die 'Implikation'

homöomorph (d.h. topologisch äquivalent) \Rightarrow homotopieäquivalent \Rightarrow schwach homotopieäquivalent

Was sind Gegenbeispiele für die jeweils anderen Richtungen?

7. Was ist singuläre Homologie? Beispiele S^n , Torus, $\mathbb{R}P^n$, Kleinsche Flasche, Möbiusband ausrechnen.
8. Wie ist die Beziehung zwischen *schwach homotopieäquivalent* und *gleiche singuläre Homologie*?
9. Was ist reduzierte (singuläre) Homologie?
10. Wie bekommt man aus einer kurzen exakten Folge von Kettenkomplexen eine lange exakte Folge in der zugehörigen Homologie?
11. Was ist eine Retraktion, eine Deformationsretraktion und eine starke Deformationsretraktion?
12. Was ist die Mayer-Vietoris-Sequenz und wofür ist sie gut?
13. Wieso ist \mathbb{R}^n nicht homöomorph zu \mathbb{R}^m , falls $n \neq m$?
14. Was ist Ausschneidung? Gegenbeispiel, dass das bei Homotopiegruppen nicht funktioniert.
15. Was ist die jeweilige Fundamentalgruppe bzw. die jeweiligen Homotopiegruppen von S^n , Torus, $\mathbb{R}P^n$, Kleinsche Flasche, Möbiusband? Ist das 'einfach' zu sagen?
16. Was ist ein Beispiel einer nicht abelschen Fundamentalgruppe?
17. Was sagt der Satz von Seifert-van Kampen? Wieso funktioniert das nicht bei höheren Homotopiegruppen?
18. Was sagt der Brouwersche Fixpunktsatz und wie wird er bewiesen?
19. Was ist ein CW-Komplex und wofür ist er gut? Beispiel von einem Raum der kein CW-Komplex ist. Wieso?
20. Beispiel eines topologischen Raumes X , für den ein n existiert, so dass die $\pi_n(X) = 0$ und $H_n(X) \neq 0$ ist. Beispiel fuer Räume X, Y , die sich mit Homologie unterscheiden lassen, aber nicht mit Homotopie.
21. Beispiel eines topologischen Raumes X , für den ein n existiert, so dass die $\pi_n(X) \neq 0$ und $H_n(X) = 0$ ist. Beispiel fuer Räume X, Y , die sich mit Homotopie unterscheiden lassen, aber nicht mit Homologie